

Јуниори. Дан 2.

13. март

5. Алекс је израчунао вредност функције $f(n) = n^2 + n + 1$ за сваки цео број од 1 до 100. Марина је израчунала вредности функције $g(n) = n^2 - n + 1$ за исте бројеве. Ко од њих двоје добија већи производ добијених вредности и колико износи однос добијених вредности?
6. Цели бројеви од 1 до 320 000 су постављени у поља табеле димензије $8 \times 40\,000$ (8 врста, 40 000 колона, сваки број је искоришћен тачно једном). Доказати да је могуће пермутовати врсте табеле тако да ни у једној колони бројеви не буду у растућем редоследу гледано од горе ка доле.
7. Позитивни бројеви $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$ редом су постављени у круг у смеру кретања казаљке на сату. Нека је A_i аритметичка средина броја a_i и једног или више наредних бројева у смеру казаљке на сату. Доказати да највећи од бројева $A_1, A_2, \dots, A_{2024}$ није мањи од аритметичке средине бројева $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$.
8. У унутрашњости троугла ABC , странице $BC = 6$, налазе се два једнака круга полупречника 1. Кругови се додирују, један је уписан у угао B , а други је уписан у угао C .
- (а) Доказати да тежиште M троугла ABC не лежи у унутрашњости ниједног од ова два дата круга.
- (б) Доказати да ако M лежи на једној од кружница, онда је троугао ABC једнакокраки.