

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА

МАТУРСКИ РАД
Из предмета физика

**Феномен сегрегације у ротирајућој
двокомпонентној смеши
грануларних материјала**

Ученик
Марко Кузмановић, IVд

Ментор
Слободан Врховац

Београд, јун 2011.

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеси грануларних
материјала

Садржај

1. Увод.....	3
2. Поставка експеримента	5
3. Резултати и дискусија.....	7
3.1. Испитивање утицаја брзине на формирање и еволуцију сегрегационих шаблона	7
3.2. Испитивање утицаја запреминског удела гранула у смеси на формирање и еволуцију сегрегационих шаблона.....	13
3.3. Испитивање радијалне сегрегације.....	16
3.4. Остале опсервације.....	18
4. Закључак.....	19
5. Литература	20

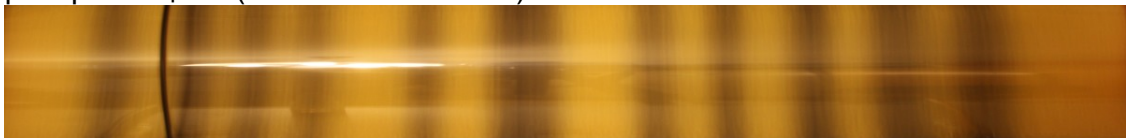
МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеши грануларних
материјала

1. Увод

Грануларни материјал представља скуп чврстих, макроскопских честица, чија је основна карактеристика губитак енергије при свакој међусобној интеракцији (Duran 1999).

При одређеним условима (изложености вибрацијама, ротирању, итд), смеше две или више врста грануларних материјала подложне су манифестацији разноврсних контраинтуитивних феномена. Један од њих јесте сегрегација, односно раздвајање смеше гранула на компоненте (Hill et. al. 1997). У овом раду проучавана је сегрегација двокомпонентне смеше грануларних материјала при ротирању у полупопуњеној хоризонталној цеви.

У оваквом систему, примећене су две врсте сегрегације: радијална, при којој се мање грануле групишу формирајући језгро дуж осе цеви, и аксијална, при којој се формирају вертикалне пруге, нормалне на осу ротације цеви (слика 1). Најпре се јавља радијална сегрегација, убрзо након почетка ротације цеви. С обзиром на то да формирање аксијалне сегрегације захтева више времена, до њене појаве долази тек касније током ротирања цеви (Charles et. al. 2006).



Слика 1: Аксијална сегрегација.

При аксијалној сегрегацији, најчешће се на самом почетку формира већи број ужих пруга. Током ротације, број пруга се постепено смањује стапањем старих пруга у нове, шире пруге (Ristow 2000). Овај процес се одвија све док се не достигне стабилност система, коју карактерише константан број пруга. Почетни број пруга је пропорционалан дужини цеви (Alexander et. al. 2000). Број пруга је, у било ком тренутку ротације, непаран (Khosropour et. al. 2000).

Тачан узрок сегрегације смеше грануларних материјала није познат, због недостатка свеобухватног теоријског модела (Raparport 2007). Међутим, познато је да појаву феномена условљава различит угао обрушавања компонената смеше. У том случају се током ротације индукује дрифт грануларног материјала дуж осе ротације (аксијални транспорт), који тежи да раздвоји смешу на њене компоненте. Током времена, флукуације

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеши грануларних
материјала

концентрације нарастају, што доводи до лако видљиве сепарације компоненти. При малим брзинама, појединачне лавине су лако уочљиве. Током ротације се грануле пењу све док не достигну максималан угао статичке равнотеже (угао обрушавања), након чега долази до лавине. По обрушавању, површина смеше се налази под нешто мањим углом, тј. углом динамичке равнотеже. Ток гранула је процес који се састоји од појединачних лавина раздвојених периодом за који се нагибни угао повећа од угла динамичке равнотеже до угла статичке равнотеже. Тада је време које протекне између две лавине много дуже од трајања самог обрушавања. Међутим, при већим брзинама, појединачне лавине се не могу јасно разликовати, те се за ток гранула може рећи да је континуалан. У овом случају се дефинише динамички угао мировања, и просечан угао под којим се налази површина смеше флукуира око његове средње вредности (Ristow 2000).

Аксијалну сегрегацију такође условљава још и однос пречника цеви и средњег пречника гранула. Наиме, емпиријски је показано да само уколико је однос ових величина већи од 55, може доћи до аксијалне сегрегације. Такође, битан је однос пречника самих гранула. Када је он већи од 6.5, радијална сегрегација је врло изражена и знатно мења особине система (Alexander et. al. 2004).

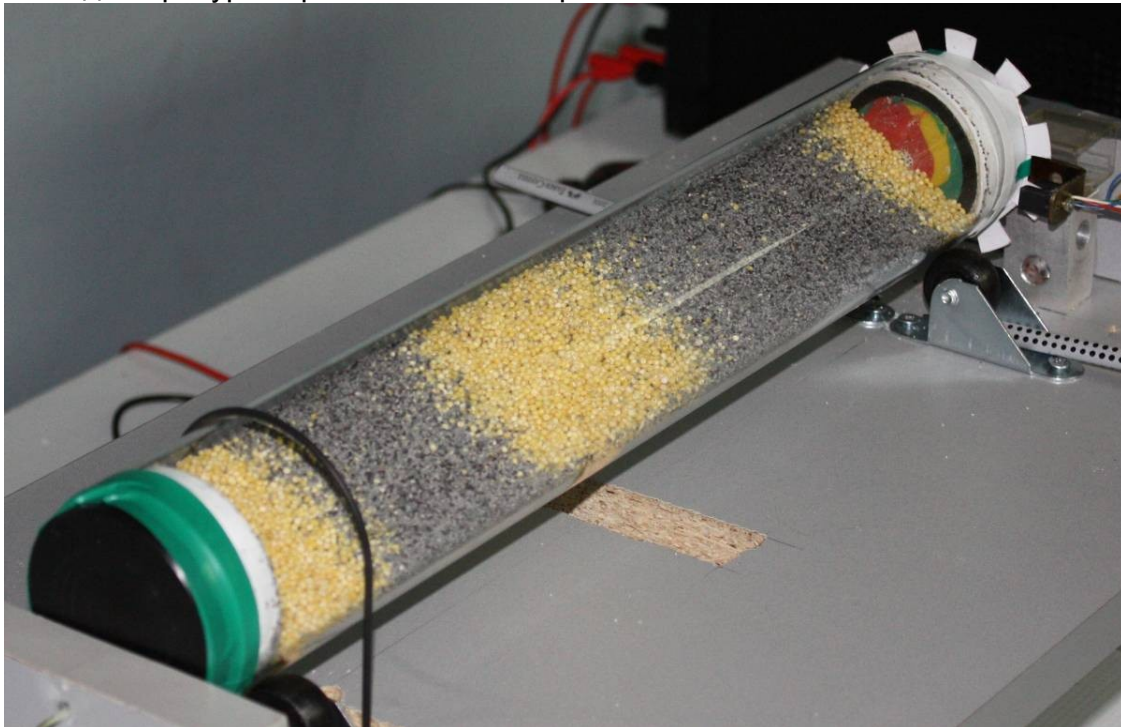
Многобројни други фактори утичу на изглед самог шаблона. Између осталог, повећано трење на крајевима цеви (у зависности од материјала од ког су чепови направљени) убрзава појаву пруга у близини чепова (Khosropour et. al. 2000).

Циљ овог рада је био испитивање утицаја брзине ротације цеви и запреминског удела гранула у смеши на формирање и еволуцију аксијалне сегрегације. Такође, испитивано је и постојање радијалне сегрегације у аксијално сегрегираним системима.

Главни значај рада је у испитивању запреминског удела одређене врсте гранула у смеши, чему је до сада било посвећено мало пажње.

2. Поставка експеримента

За експеримент је коришћена стаклена цев, дужине 50cm, дебљине стакла 2mm и унутрашњег пречника 6.6cm. Цев је била затворена пластичним поклопцима, таквим да је трење између њих и гранула било велико. За њену ротацију је био коришћен мотор снаге 43W и обртног момента 1.4Nm. Мотор је био постављен испод цеви и преносним каишем повезан са њом. Угаоне брзине којима су биле ротиране смеше у овом експерименту биле су у опсегу од 20rpm до 80rpm. На слици 2 приказан је изглед апаратуре коришћене за експеримент.



Слика 2: Поставка експеримента.

Као грануле смо користили очишћена зрна мака и проса, пречника $1\pm 0.2\text{mm}$ и $2.1\pm 0.1\text{mm}$ респективно. У сваком од мерења, цев је била попуњена до половине, а запремински удео гранула у смеси кретао се од 10% до 90%. Смеше су прављене одмеравањем одговарајућих запремина обе компоненте, па њиховим спајањем и мешањем, да би почетно стање било што хомогеније. Компоненте су компактификоване лаганим протресањем, па је онда мерена запремина. Због различитих степена компактификације и грешке при мерењу запремине грануларног материјала са неравном површином, није било могуће направити смешу тачног односа. Грешка удела компоненте при прављењу смеше овим методом је 5%.

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеши грануларних
материјала

Током ротације, цев је фотографисана у једнаким временским интервалима од 30s, а дужина експозиције је била једнака периоду ротације цеви. Оваквим временима експозиције вршено је усредњавање које је обезбеђивало да снимак осликава тренутно стање смеше у цеви, а не положаје појединачних гранула. Фотоапарат је био постављен тако да је оптичка оса објектива била приближно нормална на површину гранула.

Овако добијени подаци били су обрађени рачунарски. Смеше гранула у некој тачки цеви била је описана корелацијом боје у тој тачки са претходно задатим бојама обе врсте гранула. Поређење две боје вршено је одређивањем угла који заклапају њихови вектори у RGB колорном простору. Упоредивањем ове две вредности, био је утврђен удео гранула у тој тачки. Обрадом резултата на овај начин утицаји неравномерног осветљења на резултате су били уклоњени. На основу обраде добијали смо податке о уделу компонената у смеши дуж осе цеви. Вредност стандардне девијације ових података одражава стање смеше. Што је она мања, смеша је хомогенија, и обрнуто. Посматрањем стандардне девијације кроз време можемо утврдити када је систем достигао стабилно стање.

Заступљеност гранула на површини смеше, по добијању стабилног шаблона, одређивана је на основу података о уделу гранула добијених рачунарском обрадом слике.

За испитивање феномена радијалне сегрегације употребљена су зрна проса и кристалног шећера, пречника $2.1 \pm 0.1 \text{ mm}$ и $0.8 \pm 0.6 \text{ mm}$ респективно.

За проверу могућности да у датом систему дође до радијалне сегрегације, био је коришћен једноставан метод. Поклопци цеви су били са унутрашње стране удубљени, и покривени тако да су се у то удубљење могле увући грануле, али не и испати из њега. Овим је било обезбеђено да формирање шаблона у остатку цеви не утиче на стање смеше унутар поклопца.

С обзиром на то да нисмо имали услове за директан увид у унутрашњу структуру смеше у цеви, за то смо се користили следећом методом. Једна врста гранула је била премазана слојем фарбе у спреју, и остављена да се фарба готово у потпуности осуши. Смеша офарбаних гранула проса и неофарбаних гранула шећера је затим била стављена у цев. Након добијеног сегрегационог шаблона, цев је остављена да мирује, све док се фарба није у потпуности осушила, тако да се грануле следе. Након тога су неофарбане грануле биле пажљиво уклоњене из цеви, док су у цеви остале само слепљене грануле, што нам је омогућило увид у попречни пресек смеше. Овим методом смо проверавали постојање радијалне сегрегације по успостављању аксијалне.

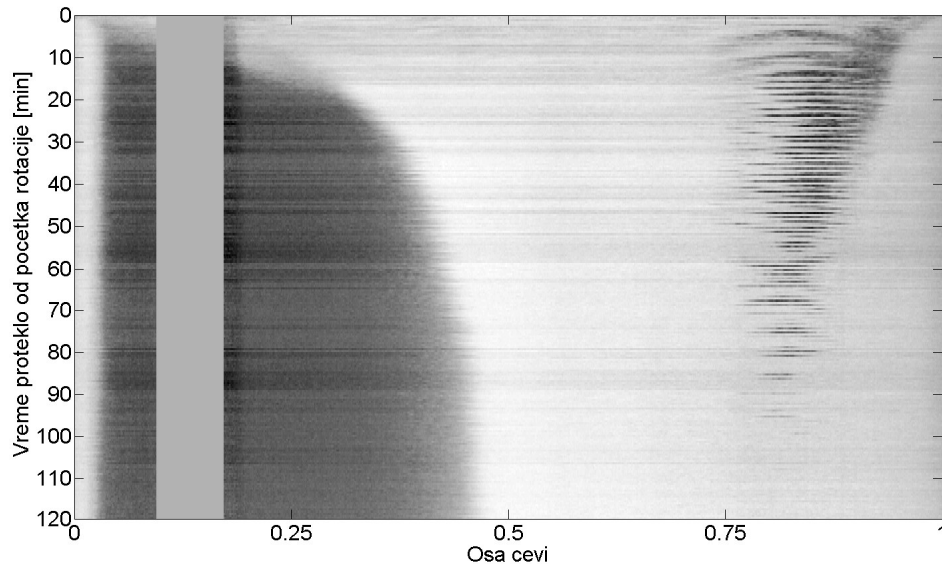
3. Резултати и дискусија

Истраживање је подељено на неколико делова. Први одељак се односи на испитивање утицаја брзине ротације цеви на формирање и еволуцију сегрегационих шаблона. Други одељак се односи на испитивање утицаја запреминског удела гранула у смеши на формирање и изглед шаблона. Трећи одељак се односи на испитивање постојања радијалне сегрегације. Четврти одељак се односи на запажања која нису била тема истраживања, али сматрамо да их је битно напоменути.

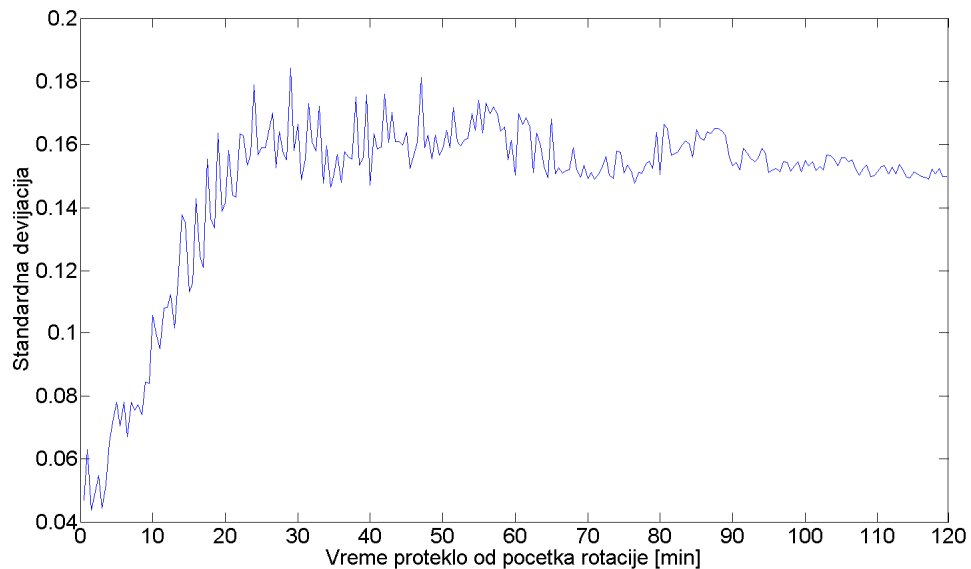
3.1. Испитивање утицаја брзине на формирање и еволуцију сегрегационих шаблона

Утицај брзине испитиван је на смеши мака и проса у запреминском односу 1:1. При јако малим брзинама ($\omega < 15 \text{rpm}$), трење између гранула и зида цеви је било премало да би покренуло обрушавање, па су грануле биле статичне и нагнуте под малим углом, док се цев ротирала. На нешто већим брзинама ($15 \text{rpm} < \omega < 30 \text{rpm}$, зависно од састава смеше – разлика потиче од различитих специфичних тежина типова гранула) долазило је до обрушавања при коме су појединачне лавине биле јасно уочљиве. На овим брзинама већ се јављала аксијална сегрегација. На слици 3 представљена је еволуција шаблона за $\omega = 20 \text{rpm}$, где су грануле мака представљене тамном бојом, а грануле проса светлом бојом. Сива вертикална штрафта на слици 3. у првој четвртини цеви је област у којој се налазио преносни каиш, па стање система у том подручју није познато. Еволуција шаблона представљена је на исти начин и у свим осталим примерима. Пруге нису биле увек видљиве јер се изглед система разликовао од лавине до лавине (што је довело до испрекиданости десне пруге, са слике 3). По успостављању стабилног шаблона, 3 пруге су биле јасно уочљиве.

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеши грануларних
материјала



Слика 3: Еволуција шаблона при брзини $\omega=20\text{rpm}$.



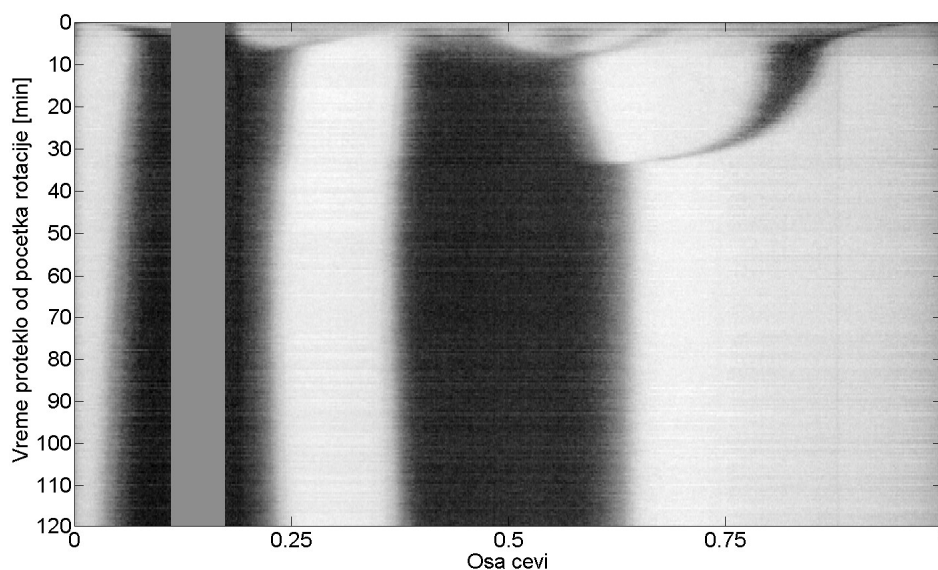
Слика 4: Стандардна девијација при брзини $\omega=20\text{rpm}$.

На слици 4 приказана је стандардна девијација тренутног стања смеше у зависности од времена. Може се видети да је стандардна девијација приближно стална после 100. минута, што се поклапа са формирањем стабилног шаблона. После тог тренутка систем није мењао

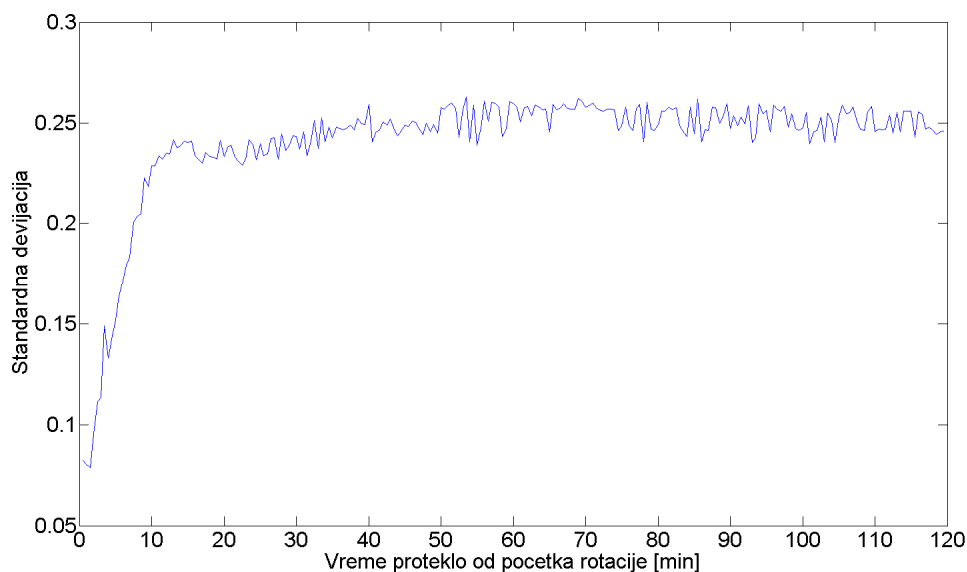
МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеси грануларних
материјала

своје стање. Како није дошло до површинског спајања пруга, већ до нестајања једне и увећања друге, закључујемо да је до тока гранула дошло у унутрашњости система. Ова појава уочена је само у овом опсегу брзина.

На брзинама $\omega \geq 30 \text{rpm}$ долази до континуалног обрушавања гранула. На слици 5 приказана је еволуција шаблона за $\omega = 50 \text{rpm}$, а на слици 6 стандардна девијација.



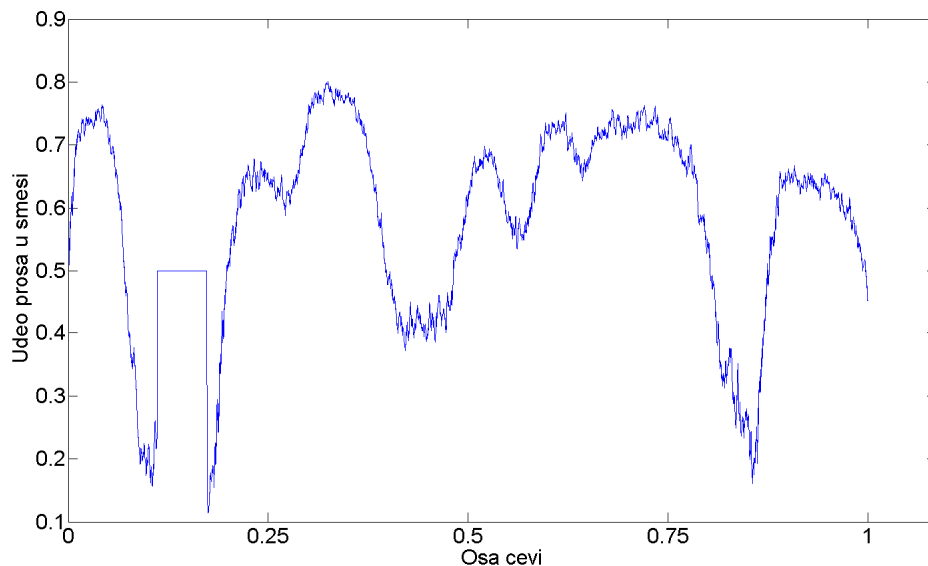
Слика 5: Еволуција шаблона при брзини $\omega = 50 \text{rpm}$.



Слика 6: Стандардна девијација при брзини $\omega = 50 \text{rpm}$.

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеши грануларних
материјала

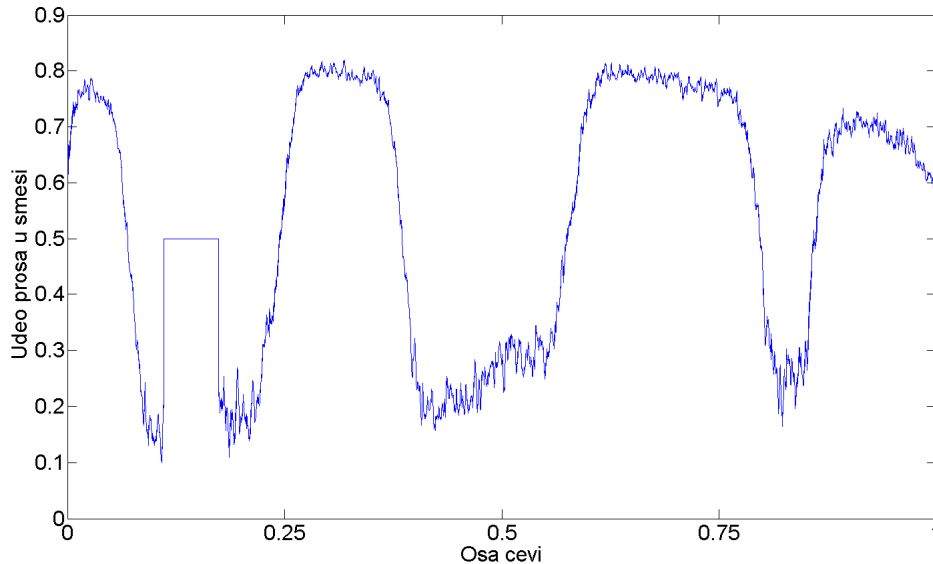
Стабилан шаблон, у виду 5 пруга, формирао се за нешто више од 30 минута, а вредност стандардне девијације је била приближно стална већ после 40 минута (између 30. и 40. минута долази до ситних промена у шаблону које нису јасно видљиве). Тада је до стапања пруга долазило њиховим кретањем по површини. Приликом формирања шаблона дошло је до појаве већег броја пруга. На слици 7а односно 8а приказан је удео проса на површини смеше дуж осе цеви, а на слици 7б односно 8б изглед цеви после 5 односно 10 минута ротације.



Слика 7а: Удео проса на површини смеше дуж цеви након 5мин ротације при брзини $\omega=50\text{rpm}$.

Слика 7б: Изглед смеше у цеви након 5мин ротације при брзини $\omega=50\text{rpm}$.

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеши грануларних
материјала



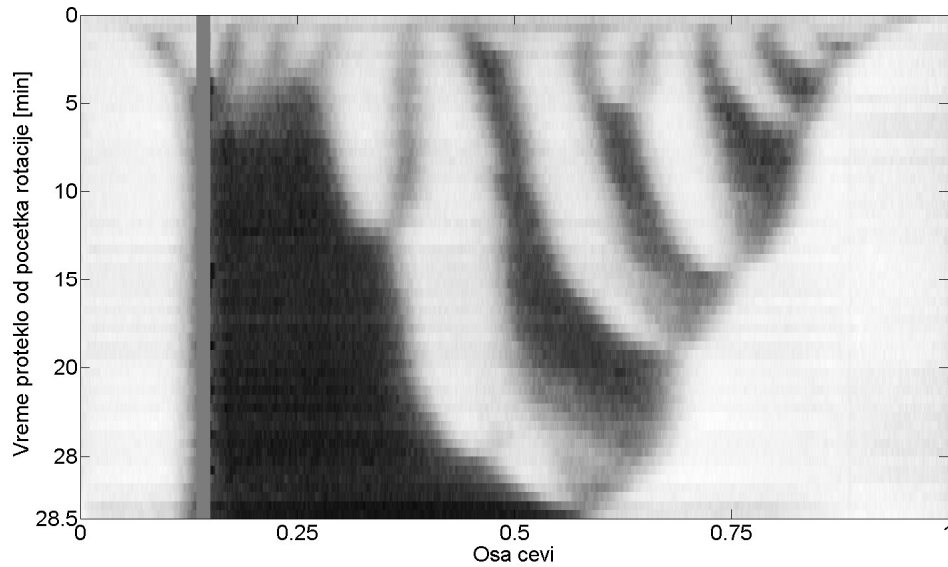
Слика 8а: Удео проса на површини смеше дуж цеви након 10мин ротације при брзини $\omega=50\text{rpm}$.

Слика 8б: Изглед смеше у цеви након 10мин ротације при брзини $\omega=50\text{rpm}$.

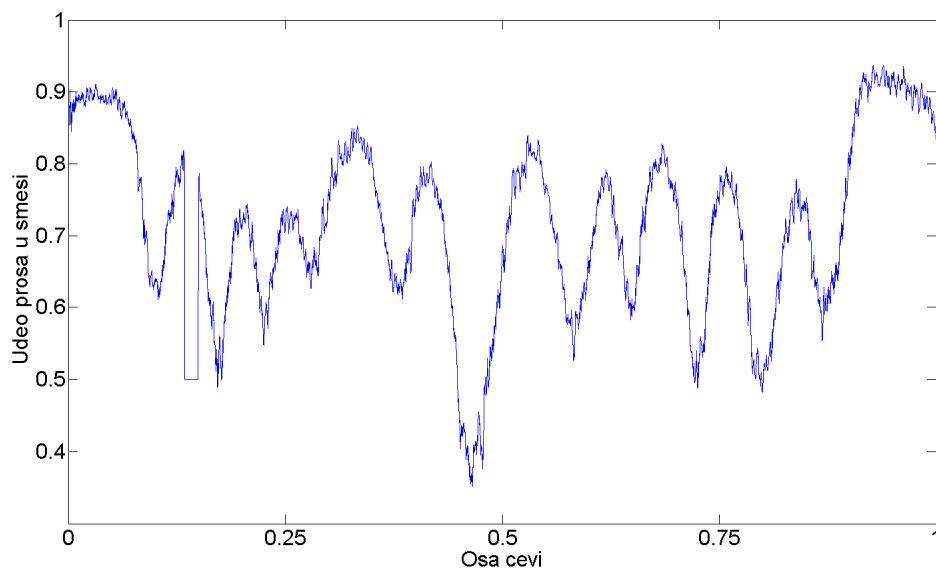
На $\omega=80\text{rpm}$ формирање пруга је било још брже и оне су биле још лакше уочљиве. Такође, појавио се јако велики број пруга. Осим тога, остале особине система остале су непромењене.

На слици 9 се види еволуција шаблона при овој брзини. Уочљив је велики број пруга које су се стапале све док није дошло до стабилног шаблона од 3 пруге. На слици 10 приказано је стање смеше у цеви након 2.5мин ротације, такође при овој брзини. Уочљиве су чак 23 пруге.

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеши грануларних
материјала



Слика 9: еволуција шаблона при брзини $\omega=80\text{rpm}$.



Слика 10: Удео проса на површини смеше дуж цеви након 2.5мин ротације
при брзини $\omega=80\text{rpm}$.

Повећањем брзине убрзавао се процес настајања пруга сегрегационог шаблона и повећавала се дефинисаност пруга.

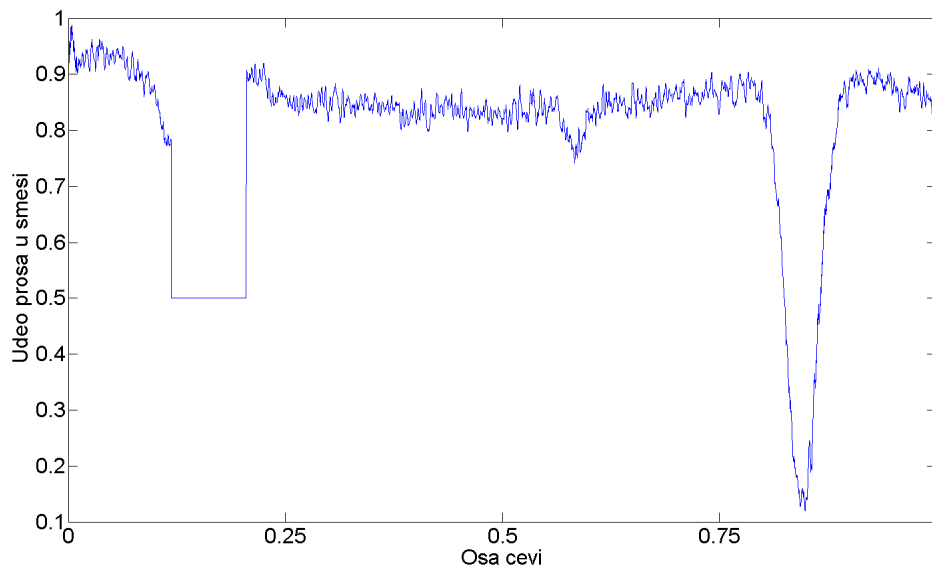
При малим брзинама, пруге су биле нејасне и слабије видљиве. При средњим и великим брзинама оне су биле готово једнако добро

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеши грануларних
материјала

дефинисане, али је систем брже достигао стабилно стање и долазило је до настанка већег броја пруга на већим брзинама.

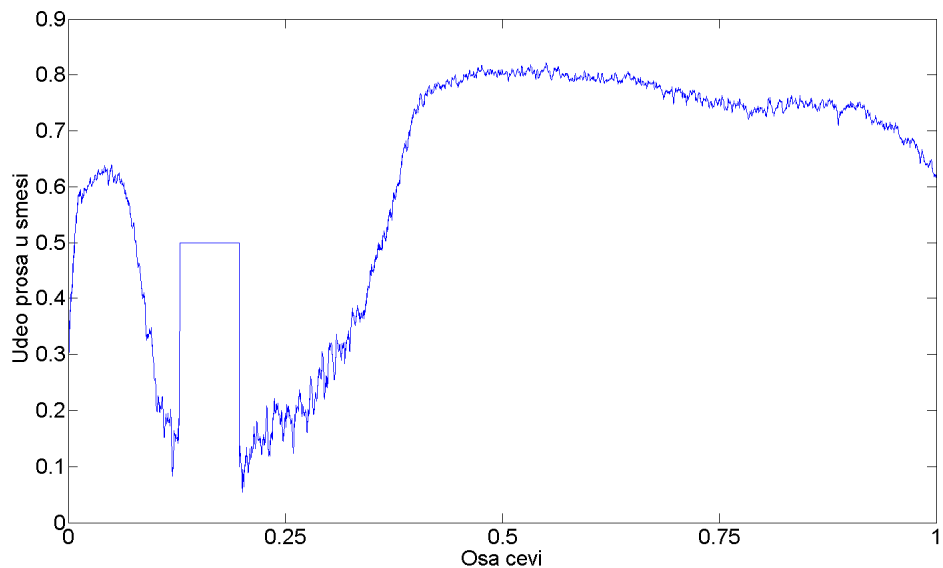
3.2. Испитивање утицаја запреминског удела гранула у смеши на формирање и еволуцију сегрегационих шаблона

Концентрација гранула у смеши није утицала на саму појаву аксијалне сегрегације. Иако су и најмање разлике у локалној концентрацији гранула утицале на развој шаблона, пруге су настајале без обзира на концентрацију било које врсте гранула (даља еволуција шаблона зависила је од распореда гранула у цеви). Испитани су односи од 1:9 до 9:1. На сликама 11-15 приказана су стања стабилних шаблона за запреминске односе 1:9, 1:4, 1:1, 4:1 и 9:1 респективно.

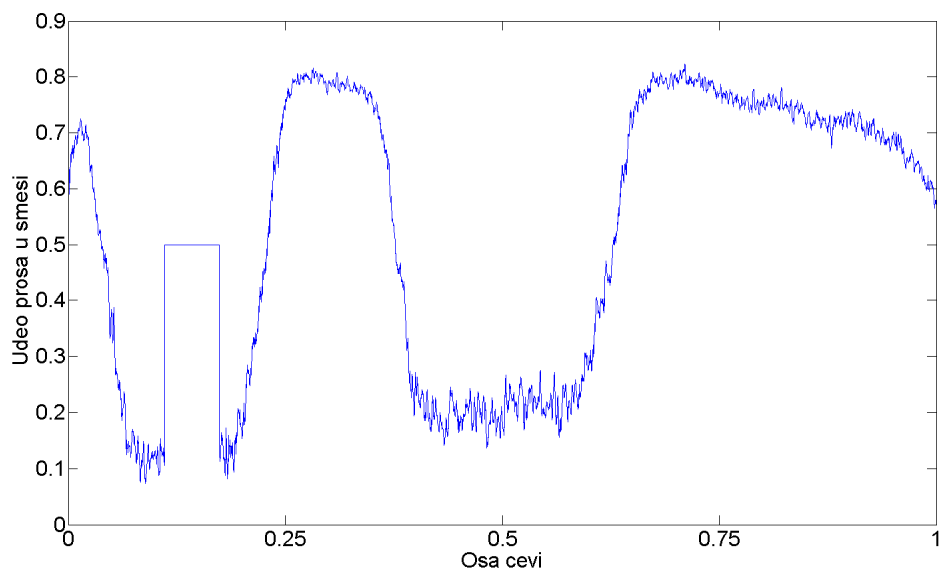


Слика 11: Удео проса на површини смеше дуж цеви након постизања стабилног шаблона при уделу 1:9.

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеши грануларних
материјала

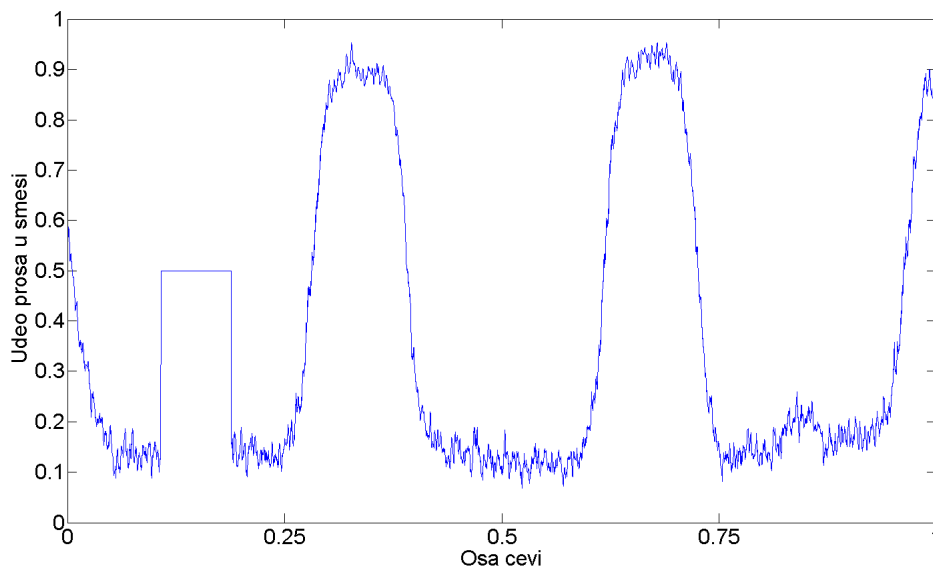


Слика 12: Удео проса на површини смеше дуж цеви након постизања стабилног шаблона при уделу 1:4.

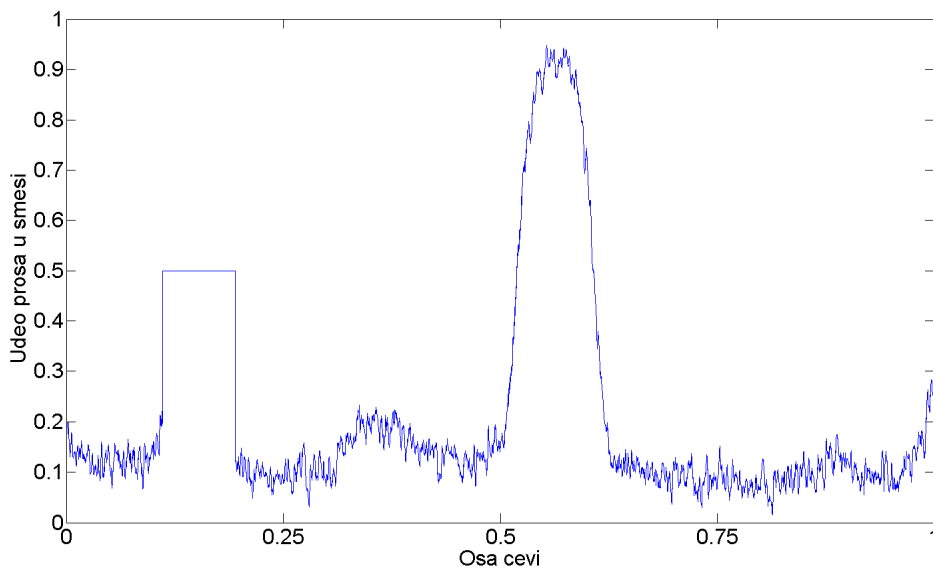


Слика 13: Удео проса на површини смеше дуж цеви након постизања стабилног шаблона при уделу 1:1.

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеши грануларних
материјала



Слика 14: Удео проса на површини смеше дуж цеви након постизања стабилног шаблона при уделу 4:1.



Слика 15: Удео проса на површини смеше дуж цеви након постизања стабилног шаблона при уделу 9:1.

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеши грануларних
материјала

Анализом удела гранула на површини смеше стабилног шаблона добијени су следећи резултати:

	δ_p	δ_i
1.	0.10±0.05	0.13
2.	0.25±0.05	0.29
3.	0.50±0.05	0.45
4.	0.75±0.05	0.74
5.	0.90±0.05	0.91

Табела 1: δ_p – Запремински удео мака искоришћен за прављење смеше, δ_i – измерени удео мака на површини.

Ово показује да удео гранула на површини смеше упада у оквир грешке запреминског односа у ком је смеша направљена.

Такође на односу 1:1, показано је да δ_i не зависи од угаоне брзине којим је смеша ротирана.

	ω	δ_i
1.	20	0.45
2.	50	0.44
3.	80	0.45

Табела 2: ω – угаона брзина ротације цеви, δ_i – измерени удео мака на површини.

3.3. Испитивање радијалне сегрегације

Удео мањих гранула на површини може бити само мањи или једнак запреминском уделу мањих гранула, због могућег постојања радијалне сегрегације. Наиме, уколико радијална сегрегација постоји, у унутрашњости смеше могу да се налазе само мање грануле. Дакле, уколико је удео гранула на површини једнак њиховом запреминском уделу у смеши, радијална сегрегација не постоји. Нажалост, због велике грешке при одређивању запреминског удела, на основу претходних резултата о уделу на површини смеше, не можемо са сигурношћу тврдити да радијална сегрегација није била присутна у стабилном шаблону.

Међутим, коришћењем метода описаних у одељку Поставка експеримента, стекли смо додатне информације о томе. Потврђена је могућност радијалне сегрегације у смеши шећера и проса у запреминском односу 1:1, што је приказано на слици 16.

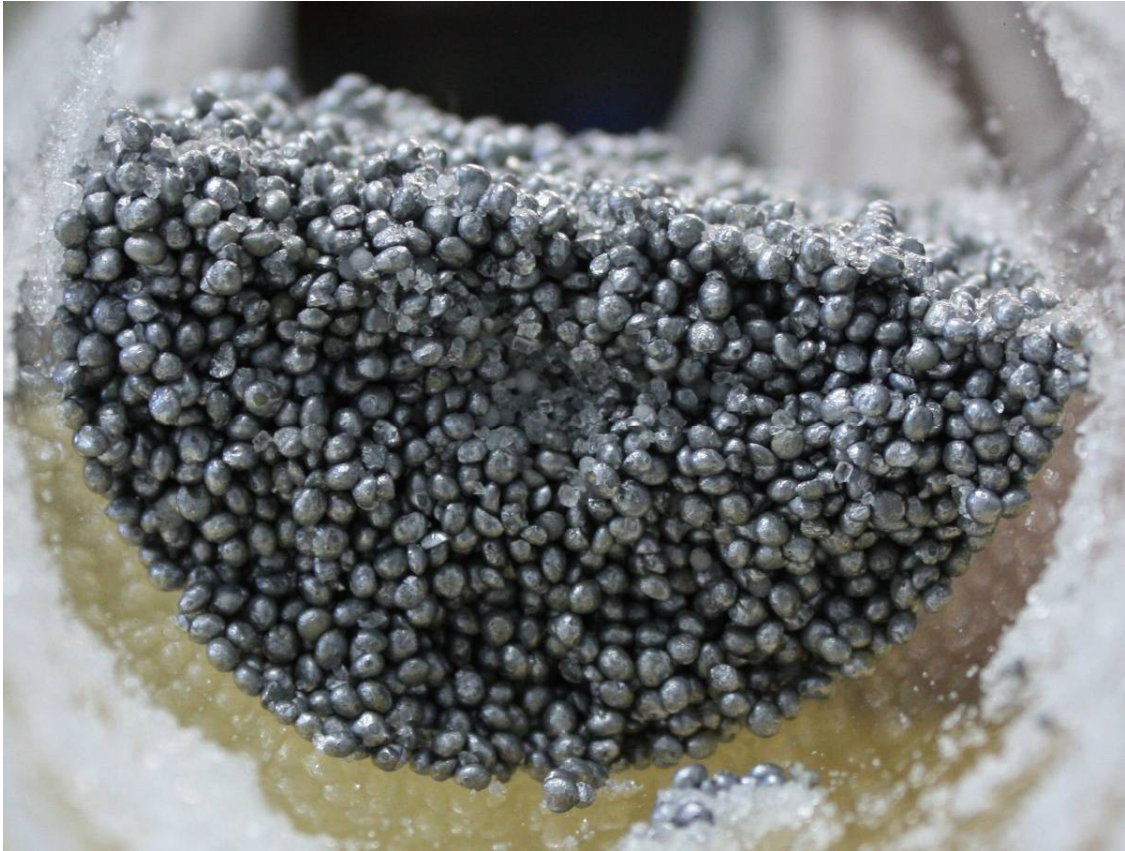
МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеси грануларних
материјала



Слика 16: Радијална сегрегација у смеси просо-кристал шећер.

По формирању стабилног шаблона, радијалне сегрегације у смеси није било, што је приказано на слици 17.

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА – МАТУРСКИ РАД ИЗ ФИЗИКЕ
Феномен сегрегације у ротирајућој двокомпонентној смеси грануларних
материјала



Слика 17: Одсуство радијалне сегрегације у аксијално сегрегираној смеси.

3.4. Остале опсервације

Изглед стабилног шаблона зависио је од хомогености почетне смеше. Добијени су стабилни шаблони са 3 и са 5 пруга.

Минимална одступања нагиба осе цеви од хоризонталности утицала су на изглед шаблона. Када цев није била постављена у потпуности хоризонтално, долазило је до тока гранула у једну страну.

Потврђен је значај односа димензија различитих врста гранула, као и однос средњег пречника гранула и пречника цеви, за формирање аксијалне сегрегације.

Потврђено је да се повећаним трећем на чеповима убрзава појава пруга у њиховој близини.

4. Закључак

У овом раду проучаван је утицај брзине ротације цеви и запреминског удела гранула у смеси на формирање и еволуцију аксијалне сегрегације. Такође је испитивано и постојање радијалне сегрегације у аксијално сегрегираним системима.

Показано је да концентрација гранула у почетној смеси не утиче на појаву аксијалне сегрегације. Такође је показано да се повећањем брзине ротације цеви убрзава еволуција сегрегационог шаблона и повећава се дефинисаност и број пруга. Утврђено је да након стабиловања шаблона аксијалне сегрегације, у нашем случају, смеше нису више биле радијално сегрегиране. Хомогеност почетне смеше и нагиб цеви условљавају изглед стабилног шаблона. Потврђен је значај односа димензија средњег пречника гранула и цеви за појаву аксијалне сегрегације.

Коришћењем магнетне резонанце, или неког другог неинвазивног метода, било би могуће стећи увид у попречни пресек смеше током времена, који би омогућио истовремену детекцију радијалне и аксијалне сегрегације, као и одређивање нагибних углова компонената смеше. Тада би било могуће пратити брзину тока самих гранула, а не ротације цеви, што би омогућило тачно проналажење услова под којима долази до сегрегације.

5. Литература

1. Alexander A, Muzzio F. J., Shinbrot T. 2004. Effects of scale and inertia on granular banding segregation. *Granular Matter* 5: 171-175
2. Charles C. R. J, Khan Z. S, Morris S. W. 2006. Pattern scaling in the axial segregation of granular materials in a rotating tube. *Granular Matter* 8: 1-3
3. Duran J. 1999. *Sands, Powders, and Grains: An Introduction to the Physics of Granular Materials*. New York: Springer-Verlag
4. Hill K.M, Caprihan A, Kakalios J. 1997. Axial segregation of granular media rotated in a drum mixer: Pattern evolution. *Physical Review E* 56 (3): 4386-4393
5. Khosropour R, Valachovic E, Lincoln B. 2000. Flow and pattern formation in a binary mixture of rotating granular materials. *Physical Review E* 62 (1): 07-812
6. Rapaport D. C. 2007. Simulated three-component granular segregation in a rotating drum. *Physical Review E* 76: 44
7. Ristow G. H. 2000. *Pattern formation in granular materials*. Berlin: Springer